

1º Teste de Mecânica dos Materiais I
(7-Nov-2006)

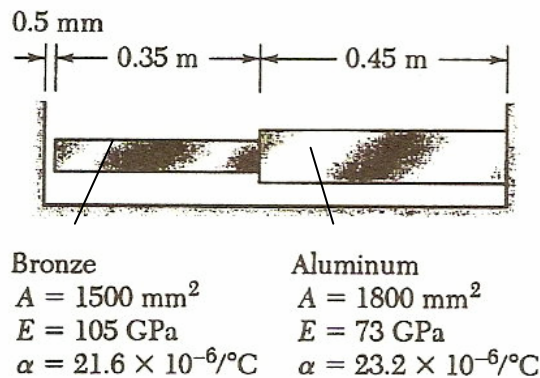
Problema 1 (ver figura)

Sabendo que existe uma folga de 0.5 mm na extremidade esquerda da barra de bronze quando a temperatura é de 20 °C, determine:

- a temperatura para a qual a tensão normal na barra de alumínio é igual a –100 MPa
- o correspondente comprimento exacto da barra de bronze a essa temperatura.

Cotação:

- 3.5
- 1.5



Problema 2 (ver figura)

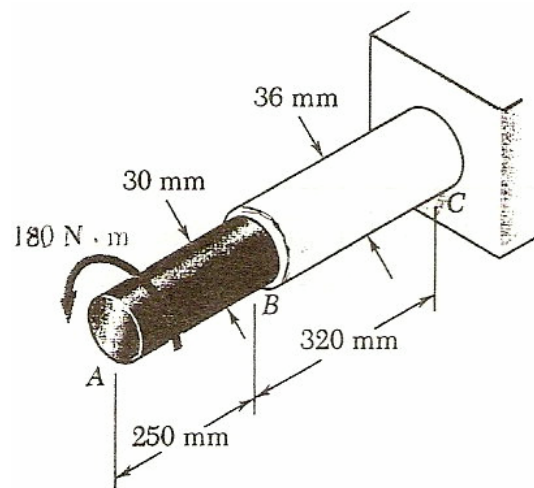
O veio maciço de latão AB ($G = 39 \text{ GPa}$) está colado ao veio maciço de alumínio BC ($G = 27 \text{ GPa}$). O momento torsor aplicado em A é de 180 N.m.

Determine:

- o ângulo de torção (rotação) em B
- o ângulo de torção (rotação) em A
- a tensão tangencial máxima no veio AB
- a tensão tangencial máxima no veio BC

Cotação:

- 1.5
- 1.5
- 1.0
- 1.0



FORMULÁRIO

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

$$\phi = \frac{TL}{JG}$$

$$\tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

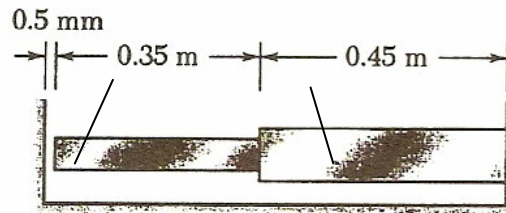
$$J \text{ do círculo} = \frac{1}{2} \pi c^4$$

$$\delta_T = \alpha (\Delta T) L$$

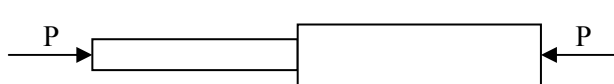
Problema 1 (ver figura)

Sabendo que existe uma folga de 0.5 mm na extremidade esquerda da barra de bronze quando a temperatura é de 20 °C, determine:

- a temperatura para a qual a tensão normal na barra de alumínio é igual a -100 MPa
- o correspondente comprimento exacto da barra de bronze a essa temperatura.



Bronze	Aluminum
$A = 1500 \text{ mm}^2$	$A = 1800 \text{ mm}^2$
$E = 105 \text{ GPa}$	$E = 73 \text{ GPa}$
$\alpha = 21.6 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$	$\alpha = 23.2 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$

Resolução:

$$\sigma_{al} = -100 \times 10^6 \text{ Pa} \quad A_{al} = 1800 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$P = \sigma_{al} A_{al} = (-100 \times 10^6) (1800 \times 10^{-6}) = -180 \times 10^3 \text{ N}$$

Redução de comprimento devido a P:

$$\delta_p = \frac{P L_{br}}{A_{br} E_{br}} + \frac{P L_{al}}{A_{al} E_{al}} = - \frac{(180 \times 10^3)(0.35)}{(1500 \times 10^{-6})(105 \times 10^9)} - \frac{(180 \times 10^3)(0.45)}{(1800 \times 10^{-6})(73 \times 10^9)} = -1.0164 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Assim, a expansão térmica (δ_T) pode realizar-se em $0.5 \text{ mm} + 1.0164 \text{ mm} = 1.5164 \text{ mm} = 1.5164 \times 10^{-3} \text{ m}$

ou seja: $\delta_T + \delta_p = 0.5 \text{ mm} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}$ (note que δ_p tem um valor negativo = -1.0164 mm)

$$\delta_T - 1.0164 \text{ mm} = 0.5 \text{ mm} \quad \therefore \quad \delta_T = 0.5 \text{ mm} + 1.0164 \text{ mm} = 1.5164 \text{ mm} = 1.5164 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Sendo $\delta_T = \alpha_{br} L_{br} (\Delta T) + \alpha_{al} L_{al} (\Delta T)$ obtem-se:

$$\delta_T = (21.6 \times 10^{-6})(0.35) \Delta T + (23.2 \times 10^{-6})(0.45) \Delta T = 18.0 \times 10^{-6} \Delta T$$

$$\text{Igualando} \quad 18.0 \times 10^{-6} \Delta T = 1.5164 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \therefore \quad \Delta T = 84.24 ^\circ\text{C}$$

a) A temperatura para a qual a tensão normal na barra de alumínio é igual a -100 MPa será:

$$T = 20 ^\circ\text{C} + \Delta T = 20 ^\circ\text{C} + 84.24 ^\circ\text{C} = \mathbf{104.24 ^\circ\text{C}}$$

b) A variação de comprimento da barra de bronze quando passa de 20 °C para 104.24 °C é dado por:

$$\begin{aligned} \delta_{br} &= \delta_{T,br} + \delta_{p,br} = \alpha_{br} L_{br} (\Delta T) + \frac{P L_{br}}{A_{br} E_{br}} = (21.6 \times 10^{-6})(0.35)(84.24) - \frac{(180 \times 10^3)(0.35)}{(1500 \times 10^{-6})(105 \times 10^9)} = \\ &= 636.84 \times 10^{-6} - 400 \times 10^{-6} = 236.84 \times 10^{-6} \text{ m} = 236.84 \times 10^{-3} \text{ mm} \end{aligned}$$

O comprimento exacto da barra de bronze a 104.24 °C será:

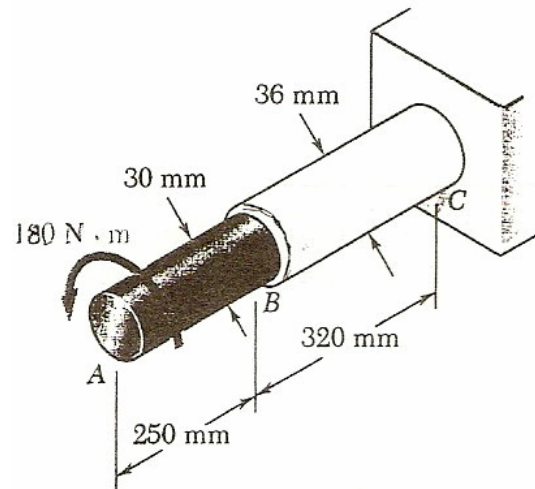
$$L_{br} \text{ a } 104.24 ^\circ\text{C} = L_{br} \text{ a } 20 ^\circ\text{C} + \delta_{br} = 350 \text{ mm} + 236.84 \times 10^{-3} \text{ mm} = \mathbf{350.2368 \text{ mm}}$$

Problema 2 (ver figura)

O veio maciço de latão AB ($G = 39 \text{ GPa}$) está colado ao veio maciço de alumínio BC ($G = 27 \text{ GPa}$). O momento torsor aplicado em A é de 180 N.m .

Determine:

- o ângulo de torção (rotação) em B
- o ângulo de torção (rotação) em A
- a tensão tangencial máxima no veio AB
- a tensão tangencial máxima no veio BC

**Resolução:**

Veio AB : $c_{AB} = \frac{1}{2}(30 \text{ mm}) = 0.015 \text{ m}$ $L_{AB} = 0.250 \text{ m}$ $G_{AB} = 39 \times 10^9 \text{ Pa}$

$$J_{AB} = \frac{\pi}{2} c_{AB}^4 = 79.522 \times 10^{-9} \text{ m}^4 \quad \phi_{AB} = \frac{T L_{AB}}{J_{AB} G_{AB}} = \frac{(180)(0.250)}{(79.522 \times 10^{-9})(39 \times 10^9)} = 14.51 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Veio BC : $c_{BC} = \frac{1}{2}(36 \text{ mm}) = 0.018 \text{ m}$ $L_{BC} = 0.320 \text{ m}$ $G_{BC} = 27 \times 10^9 \text{ Pa}$

$$J_{BC} = \frac{\pi}{2} c_{BC}^4 = 164.896 \times 10^{-9} \text{ m}^4 \quad \phi_{BC} = \frac{T L_{BC}}{J_{BC} G_{BC}} = \frac{(180)(0.320)}{(164.896 \times 10^{-9})(27 \times 10^9)} = 12.94 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

Respostas:

a) ângulo de torção (rotação) em B : $\phi_B = \phi_{BC} = \mathbf{12.94 \times 10^{-3} \text{ rad}}$ (ou 0.741°)

b) ângulo de torção (rotação) em A :

$$\phi_A = \phi_{BC} + \phi_{AB} = 12.94 \times 10^{-3} + 14.51 \times 10^{-3} = \mathbf{27.45 \times 10^{-3} \text{ rad}}$$
 (ou 1.57°)

c) tensão tangencial máxima no veio AB :

$$\tau_{\max,AB} = \frac{T c_{AB}}{J_{AB}} = \frac{(180)(0.015)}{(79.522 \times 10^{-9})} = 33.95 \times 10^6 \text{ Pa} = \mathbf{33.95 \text{ MPa}}$$

d) tensão tangencial máxima no veio BC :

$$\tau_{\max,BC} = \frac{T c_{BC}}{J_{BC}} = \frac{(180)(0.018)}{(164.896 \times 10^{-9})} = 19.65 \times 10^6 \text{ Pa} = \mathbf{19.65 \text{ MPa}}$$