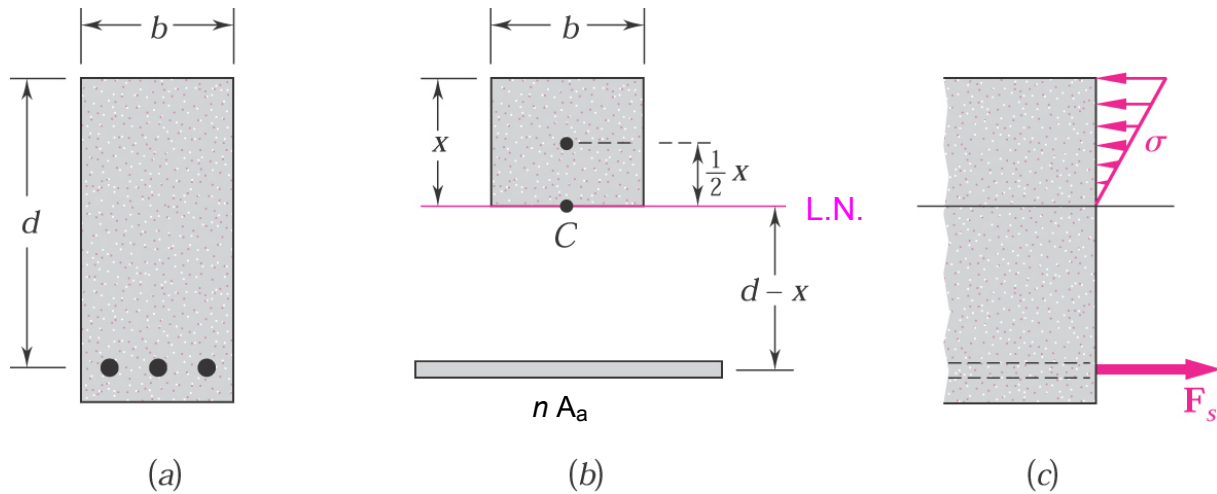


2º Teste de Mecânica dos Materiais I
(12-Dez-2006)

Problema 1



A viga de betão armado cuja secção transversal está representada na figura (a) tem $d = 400$ mm e $b = 200$ mm. A viga está sujeita a um momento flector positivo. Cada um dos 3 varões de aço tem um diâmetro de 19 mm. O módulo de Young do betão é $E_b = 20$ GPa e o módulo de Young do aço é $E_a = 200$ GPa.

- a) Determine o valor de x que define a localização da linha neutra (L.N.) da flexão.
b) Para um momento flector $M = 50$ kN.m, determine a tensão máxima (de compressão) no betão e a correspondente tensão máxima (de tracção) no aço.

Cotação: a) 2.0; b) 3.0

Problema 2

Considere o estado plano de tensão (i.e. $\sigma_z = 0$) representado esquematicamente na Fig.2 com:

$$\sigma_x = 60 \text{ MPa}, \quad \sigma_y = 20 \text{ MPa}, \quad \tau_{xy} = 10 \text{ MPa}.$$

Usando a construção de Mohr, determine:

- a) o ângulo entre a direcção x e a direcção principal de tensão máxima
b) os valores das 3 tensões principais
c) o valor da máxima tensão de corte no plano x - y
d) o valor da máxima tensão de corte fora do plano x - y .

Cotação: a) 1.5; b) 1.5; c) 1.0; d) 1.0

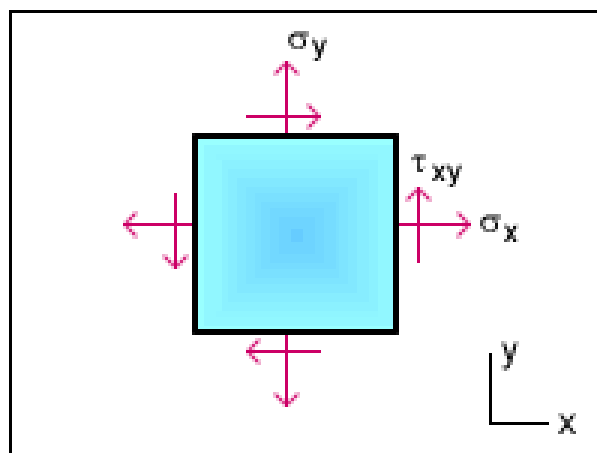


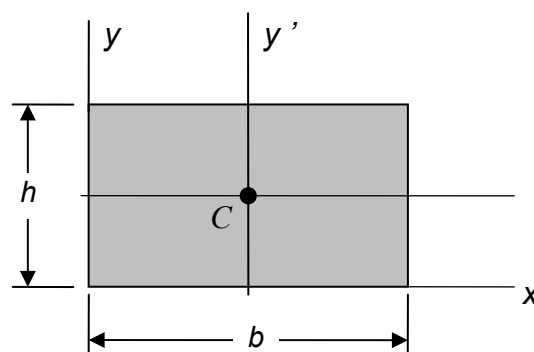
Fig.2

FORMULÁRIO GERAL

$$\sigma_x = -\frac{M y}{I}$$

$$Q = A \bar{y}$$

teorema dos eixos paralelos: $I_x = \bar{I}_{x'} + Ad^2$

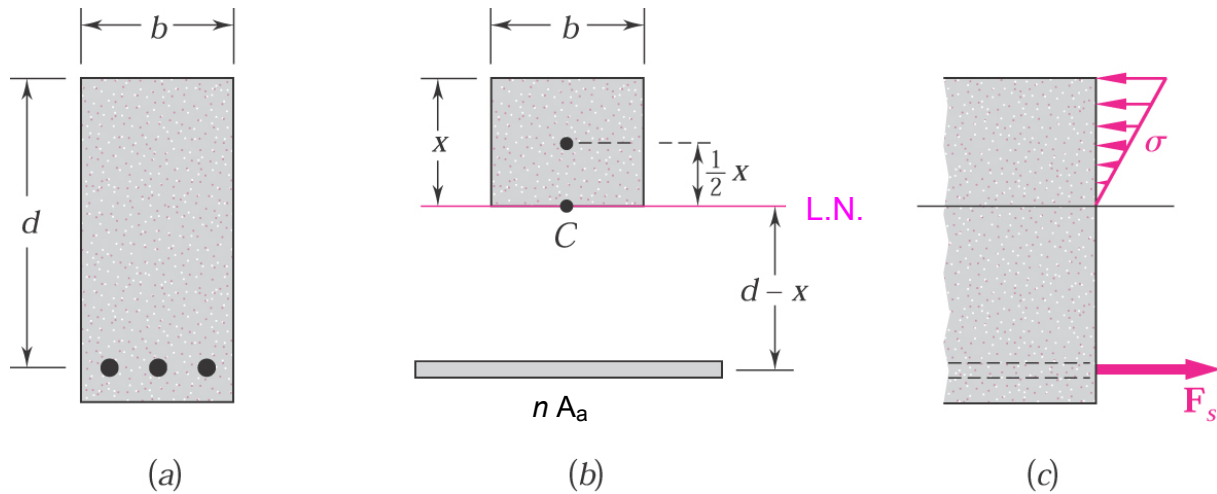


$$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12} b h^3$$

$$I_x = \frac{1}{3} b h^3$$

RESOLUÇÃO do 2º Teste de Mecânica dos Materiais I
(12-Dez-2006)

Problema 1



A viga de betão armado cuja secção transversal está representada na figura (a) tem $d = 400$ mm e $b = 200$ mm. A viga está sujeita a um momento flector positivo. Cada um dos 3 varões de aço tem um diâmetro de 19 mm. O módulo de Young do betão é $E_b = 20$ GPa e o módulo de Young do aço é $E_a = 200$ GPa.

a) Determine o valor de x que define a localização da linha neutra (L.N.) da flexão.

Resolução da alínea a)

$$n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{200 \text{ GPa}}{20 \text{ GPa}} = 10$$

$$\text{área real dos 3 varões de aço: } A_a = 3 \left[\frac{\pi}{4} (19 \text{ mm})^2 \right] = 850,6 \text{ mm}^2$$

$$\text{área transformada dos 3 varões de aço: } n A_a = 10 A_a = 8506 \text{ mm}^2$$

O 1º momento (momento estático) da *área da secção transformada* da viga representada na fig. (b) terá de ser zero, pelo que:

$$b x \left(\frac{x}{2} \right) - (n A_a)(d - x) = 200 x \left(\frac{x}{2} \right) - (8506)(400 - x) = 0$$

$$100 x^2 + 8506 x - 3402400 = 0 \quad * \rightarrow \quad x = \mathbf{146,77 \text{ mm}} \text{ (única solução com significado)}$$

* solução da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ é:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

b) Para um momento flector $M = 50$ kN.m, determine a tensão máxima (de compressão) no betão e a correspondente tensão máxima (de tracção) no aço.

Resolução da alínea b)

Sendo I o momento de inércia da *área da secção transformada* da viga representada na fig.(b), a tensão máxima (de tracção) no aço $\sigma_{\text{máx,a}}$ é calculada através da relação:

$$\sigma_{\text{máx,a}} = n \frac{M(d - x)}{I} \quad (1)$$

e a tensão máxima (de compressão) no betão $\sigma_{\text{máx,b}}$ é calculada através da relação:

$$\sigma_{\text{máx,b}} = -\frac{M x}{I} \quad (2)$$

O momento de inércia da *área da secção transformada* da viga representada na fig.(b) é dado por:

$$I = \frac{1}{3} (200) (146,77)^3 + (8506) (400 - 146,77)^2 = 756,23 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 756,23 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

Assim, usando a eq.(1):

$$\sigma_{\text{máx,a}} = 10 \frac{(50 \times 10^3)(0,400 - 0,14677)}{756,23 \times 10^{-6}} = 167,4 \times 10^6 \text{ Pa} = \mathbf{167,4 \text{ MPa}}$$

e usando a eq.(2):

$$\sigma_{\text{máx,b}} = -\frac{(50 \times 10^3)(0,14677)}{756,23 \times 10^{-6}} = -9,7 \times 10^6 \text{ Pa} = \mathbf{-9,7 \text{ MPa}}$$

Problema 2

Considere o estado plano de tensão (i.e. $\sigma_z = 0$) representado esquematicamente na Fig.2 com:

$$\sigma_x = 60 \text{ MPa}, \quad \sigma_y = 20 \text{ MPa}, \quad \tau_{xy} = 10 \text{ MPa}.$$

Usando a construção de Mohr, determine:

- o ângulo entre a direcção x e a direcção principal de tensão máxima
- os valores das 3 tensões principais
- o valor da máxima tensão de corte no plano x-y
- o valor da máxima tensão de corte fora do plano x-y.

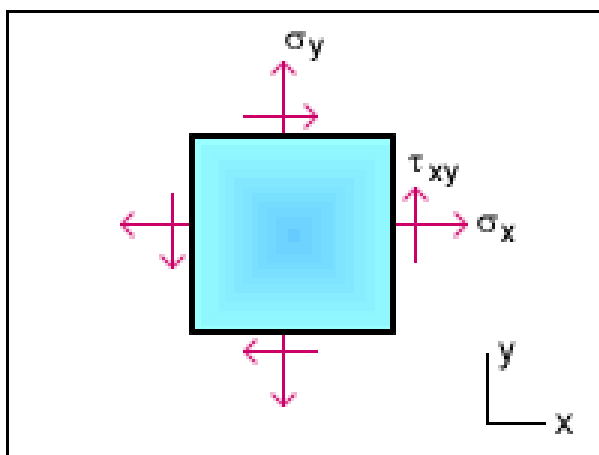
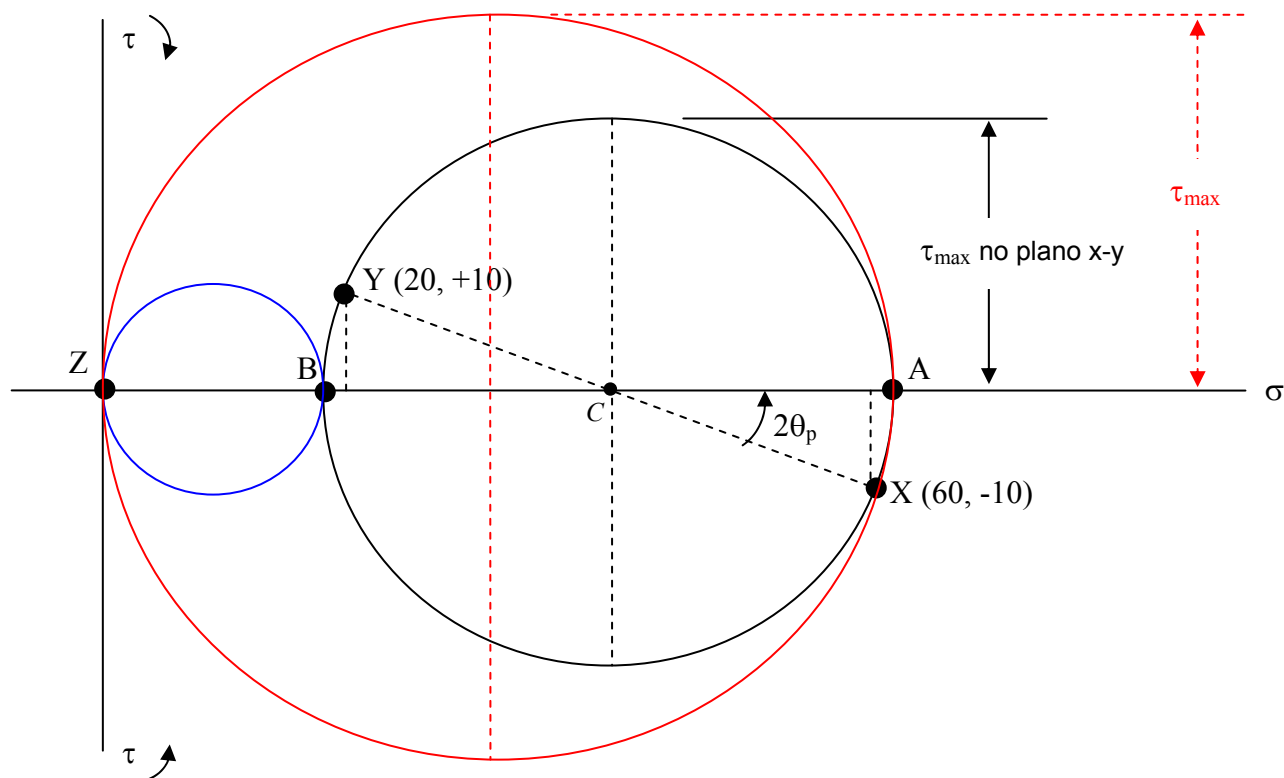


Fig.2

RESOLUÇÃO:



a) $\operatorname{tg} 2\theta_p = \frac{10}{20} = 0.5 \rightarrow 2\theta_p = 26,6^\circ \text{ rot. anti-horária} \rightarrow \theta_p = 13,3^\circ \text{ rot. anti-horária}$

b) $\text{raio da circunferência que passa pelos pontos X, A, Y e B} = (20^2 + 10^2)^{0.5} = 22,36 \text{ MPa}$

$\text{ordenada do ponto C} = 40 \text{ MPa}$

Os valores das 3 tensões principais são:

$$\sigma_a = 40 \text{ MPa} + 22,36 \text{ MPa} = \mathbf{62,36 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_b = 40 \text{ MPa} - 22,36 \text{ MPa} = \mathbf{17,64 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_z = \mathbf{0}$$

c) $\tau_{\text{máx}} \text{ no plano x-y} = \mathbf{22,36 \text{ MPa}}$

d) $\tau_{\text{máx}} \text{ fora do plano x-y} = \frac{1}{2} \sigma_a = \mathbf{31,18 \text{ MPa}}$